Antwoorden flyer eco 1ejaar

Opgave 1:

Gegeven is de kromme $2x^2 + xy + y^2 = 14$

a. $\frac{dy}{dx} = 4x + xy' + y + 2yy' = 0$.

$y' = \frac{-4x - y}{x + 2y}$

b. $\frac{-4(1) - (-4)}{1 + 2(-4)} = 0$

c. $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-7y + 7xy'}{(x+2y)^2} = \frac{-7y + 7x\left(\frac{-4x - y}{x + 2y}\right)}{(x+2y)^2}$. In (1, -4) geeft dit $\frac{4}{7}$.

Opgave 2:

Gegeven is de functie $f(x) = x\sqrt{1-x}$

a. $1 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1$.

b. Stijgend: $x < \frac{2}{3}$, Dalend: $\frac{2}{3} < x < 1$.

c. $\left[-3, \frac{1}{2}\right] < \frac{2}{3}$ dus de functie is op dit interval monotoon stijgend (en heeft dus een inverse). $g'(0) = \frac{1}{f'(x_0)} = \frac{1}{f'(0)} = \frac{1}{1} = 1$

x_0 geeft ook de mogelijkheid *x = 1*, maar die valt niet binnen het interval van de inverse.

Opgave 3: $\frac{dK}{dt} = \frac{-t^{-2}}{2\sqrt{1 + \frac{1}{t}}}$

Opgave 4:

a. $\lim_{x \to -1} \frac{x^3 + 2x^2 - 1}{1 - x^2} = "\frac{0}{0}"$. Dus gebruik l'Hopital: $\lim_{x \to -1} \frac{3x^2 + 4x}{-2x} = -\frac{1}{2}$

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)e^{px} & \text{voor } x \leq 0 \\ \frac{1 + \ln(x+1)}{x+1} & \text{voor } x > 0 \end{cases}$$

b.Continu als $f(0)=\lim_{x\downarrow 0} f(x)=\lim_{x\downarrow 0}\dfrac{1+\ln(x+1)}{x+1}$. F(0) is 1 voor elke waarde van p, en

$\lim_{x\downarrow 0}\dfrac{1+\ln(x+1)}{x+1}=1$ dus de functie is continu voor elke waarde van p.

c.f(x) is differentieerbaar indien $\lim_{x\uparrow 0} f'(x)=\lim_{x\downarrow 0} f'(x)\Rightarrow f'(0)=\lim_{x\downarrow 0} f'(x)$.

$f'(0)=1+p$ en $\lim_{x\downarrow 0} f'(x)=0$ dus de functie is differentieerbaar voor p=-1.

d. El_x van $\dfrac{x^2}{e^{2x}}=\left(x^2/e^{2x}\right)'\cdot\dfrac{x}{\left(x^2/e^{2x}\right)}=\dfrac{2x(1-x)}{e^{2x}}\cdot\dfrac{e^{2x}}{x}=2-2x$

Opgave 5:

$f(x)=\ln(1-x)$.

a. $f(x)\approx -x-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{4}x^4+R_5$

b. $R_5(x)=\dfrac{1}{5!}\cdot f^{(5)}(c)\cdot(x-0)^5=-\dfrac{x^5}{5(1-c)^5}$.

c. $R_5(\frac{1}{10})=-\dfrac{(\frac{1}{10})^5}{5(1-c)^5}$ met $0<c<\frac{1}{10}$.

d. $\dfrac{(\frac{1}{10})^5}{5(1-0)^5}<\left|R_5(\tfrac{1}{10})\right|<\dfrac{(\frac{1}{10})^5}{5(1-\frac{1}{10})^5}\Rightarrow 2\cdot 10^{-6}<\left|R_5(\tfrac{1}{10})\right|<3{,}39\cdot 10^{-6}$

Er geldt dus dat $2\cdot 10^{-6}<\left|R_5(\tfrac{1}{10})\right|<3{,}39\cdot 10^{-6}<4\cdot 10^{-6}$.

Opgave 6:

Bereken de volgende limieten:

a. $\lim_{x\to -2}\dfrac{x^3-7x-6}{x^2+2x}=\dfrac{0}{0}\Rightarrow\lim_{x\to -2}\dfrac{3x^2-7}{2x+2}=-2{,}5$ (regel van l'Hopital)

b. $y=5x$ en $x=1$

c. $\lim_{x\to 1}\dfrac{x^x-x}{1-x+\ln x}=-2$ (twee keer differentiëren: regel van l'Hopital)

Opgave 7:

Bepaal de volgende onbepaalde integralen:

a. $\frac{1}{4}(x-2)^4+C$

b. $-\frac{1}{\sqrt{1+x}}+C$

c. $-\frac{1}{6}(-x+3)^6+C$

d. $\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+2x-\ln|x|+C$

e. $\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+x+2\ln|x-1|+C$

Opgave 8:

De vraagfunctie is gelijk aan $f(Q)=\dfrac{60}{Q+6}$ en de aanbodfunctie is $g(Q)=4.4+0.1Q$

a. Q = 6, p = 5.

b. $CS=\int_0^6\left(\frac{60}{q+6}-5\right)dq\approx 11{,}59$

$PS=\int_0^6(5-4{,}4-0{,}1q)dq=1{,}8$

Opgave 9:

a. $F'(t)=(\ln t)^2$

b. $F'(x)=2{,}5\sqrt{x}-2$

c. $x-2\sqrt{x}+2\ln|1+\sqrt{x}|+C$