Antwoorden voorbeeldvragen Wiskunde 1.
Capita Selecta

1.
   $2x^6y$
2.
   $\lim_{x\to\infty} \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} = \frac{\infty}{\infty}$ dus gebruik de stelling van L'Hopital.
   $\lim_{x\to\infty} \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} = \lim_{x\to\infty} \frac{2\sqrt{\mathrm{x}}}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{2}{\sqrt{x}} = 0.$
3.
   $x^4 - 5x^2 + 4 = (x^2 - 4)(x^2 - 1) = (x-2)(x+2)(x-1)(x+1)$

4.
   Gegeven is de functie $f(x) = x\sqrt{5-6x}$
   a. $5 - 6x \geq 0$ dus $5 \geq 6x$ of $x \leq \frac{5}{6}$
   b. De factor x is positief wanneer ≥ 0, de factor $\sqrt{5-6x}$ is altijd positief, dus de functie $f(x)$ is positief op het interval $0 < x < \frac{5}{6}$.
   c. $f'(x) = \sqrt{5-6x} + x\frac{1}{\sqrt{5-6x}}\frac{1}{2}(-6) = \sqrt{5-6x} - 3x\frac{1}{\sqrt{5-6x}}$
      Dus de functie is stijgend voor $x < \frac{5}{9}$.

5.
   Schrijf $x^2y(x)^3 = 2x - y(x)$ en differentieer met in acht name van de kettingregel: $2x\,y(x)^3 + x^2 3y(x)^2 y'(x) = 2 - y'(x)$
   Herschrijven geeft $\frac{dy}{dx} = y'(x) = \frac{-2x\,y^3+2}{x^2 3y^2+1}$.

6.
   Als $y = (x-3)^2$, dan $x = 3 + \sqrt{y}$ voor $x > 3$.

7.
   Gegeven is de functie $f(x) = \sin(4x)$
   a. $f(x) = \sin(4x)\,, f(0) = 0$
      $f'(x) = 4\cos(4\mathrm{x}), f'(0) = 4$
      $f''(x) = -16\sin(4x)\,, f''(0) = 0$
      $f'''(x) = -64\cos(4\mathrm{x})\,, f'''(0) = -64$

$$\sin(4x) \approx T_3(x) = \frac{4}{1!}x - \frac{64}{3!}x^3 = 4x - \frac{32}{3}x^3.$$

b. $f^{(4)}(x) = 256\sin(4\mathrm{x})$

$R_4(x) = \frac{1}{5!} 256 \sin 4c\, x^5$

8.

$f(kx, ky) = \frac{(kx)^3+2(ky)^3}{\sqrt{(kx)^2+3(ky)^2}} = \frac{k^3x^3+2k^3y^3}{\sqrt{k^2x^2+3k^2y^2}} = \frac{k^3}{\sqrt{k^2}} \frac{x^3+2y^3}{\sqrt{x^2+3y^2}} = k^2 \frac{x^3+2y^3}{\sqrt{x^2+3y^2}} =$ $k^2 f(x,y)$, dus de functie is homogeen met graad 2.

9.

Gegeven is de functie $f(x,y) = -\frac{1}{3}x^3 + 2y^2 + xy$.

a. $f_x(x,y) = -x^2 + y = 0$ voor $y = x^2$

$f_y(x,y) = 4y + x = 4x^2 + x = x(4x+1)$, dus $x = 0$ en $x = \frac{1}{4}$.

De stationaire punten zijn dus (0,0) en $(\frac{1}{4}, \frac{1}{16})$

b. $f_{xx}(x,y) = -2x$, $f_{xy}(x,y) = 1, f_{yy}(x,y) = 4$

$D(0{,}0) = -1$, is een buigpunt.

$D(\frac{1}{4}, \frac{1}{16}) = -3$, is een buigpunt.

10.

Los het volgende stelse vergelijkingen op:

$$yz = \lambda$$
$$xz = 8\lambda$$
$$xy = 7\lambda$$
$$x + 8y + 7z = 24$$

Dit geeft ten eerste $x = 8y$ en $x = 7z$. Dit invullen in de laatste vergelijking geeft $x + x + x = 24$ oftewel $x = 8$.

Zodat $y = 1$ en $z = 8/7$ en $V(8{,}1{,}8/7) = 56/7$.